

*Əziz MƏMMƏDOV**
Bakı Dövlət Universiteti
(Azərbaycan)

*Fuad QURBANOV***
Bakı Dövlət Universiteti
(Azərbaycan)

**Lütfi Zadənin Qeyri-səlis
çoxluqlar nəzəriyyəsinin
məntiqi-qnoseoloji təhlili**

Xülasə

Məqalə L.Zadə yaradıcılığında əhəmiyyətli yer tutan və tarixilik baxımından alman riyaziyyatçısı G.Kantorun çoxluqlar nəzəriyyəsinin ümumiləşdirilmiş və genişləndirilmiş halı kimi çıxış edən Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin mahiyyətinin açılmasına və onun müasir riyazi təfəkkürün inkişafına təsir edən yeniliklərinin təhlilinə həsr olunmuşdur. Bu istiqamətdə mövcud olan bir sıra mübahisəli məsələlərə aydınlıq gətirilmişdir.

Məqalədə L.Zadə nəzəriyyələrinin başqa nəzəriyələrdən fərqlərini və üstünlüyünü nümayiş etdirmək üçün onun bəzi əsas anlayışlarının təhlili verilmiş və fəlsəfi mahiyyətləri araşdırılmışdır. Bu nəzəriyyələrin insan təfəkkürünün öyrənilməsi və modelləşdirilməsi istiqamətlərində əhəmiyyətləri göstərilmişdir.

Burada Qeyri-səlis və Aristotel məntiqləri müqayisəli surətdə təhlil edilmiş və onların fərqli cəhətləri göstərilmişdir. Eyni zamanda imkanat və ehtimal arasındakı fərqli cəhətlər də müəyyən edilmişdir.

Qeyri-səlis çoxluqların əsas fəlsəfi mahiyyəti alman alimi Fridrix Engelsin müəyyən etdiyi materiyanın hərəkət formaları ilə əlaqələndirilmişdir. Göstərilmişdir ki, materiyanın daha mürəkkəb hərəkət formaları olan insan təfəkkürü və sosial pro-

*Fəlsəfə elmlər doktoru, professor, Bakı Dövlət Universiteti,
mamadov.aziz@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-5441-7133>.

** Lütfi Zadə adına Beynəlxalq Müasir Elmlər Akademiyasının vitse-prezidenti, Bakı Dövlət Universiteti, baş müəllim. fndu@bk.ru. <https://orcid.org/0000-0002-3963-9982>.

seslər qeyri-səlis çoxluqlar vasitəsi ilə daha adekvat şəkildə modelləşdirilə bilər. Mürəkkəb sistemlərdə baş verən sinergetik proseslərin Qeyri-səlis riyaziyyatla təsvirinin daha adekvat olması müddəası irəli sürülmüşdür. İkinci növ qeyri-səlis çoxluqların üstün cəhətləri və modelləşdirmə prosesində daha böyük imkanlara malik olması haqqında məlumatlar verilmişdir. Lütfi Zadə yaradıcılığında böyük əhəmiyyət daşıyan Uyuşmazlıq prinsipi və Z ədədləri barədə təhlillər aparılmışdır.

İnsan təfəkküründə yaranan fikirlərin sözlərə çevrilməsi zamanı qeyri-səlis çoxluqların sözlər vasitəsi ilə aproksimasiya prosesi baş verir. Başqa sözlə desək, əslində qeyri-səlis çoxluqlar insan təfəkkürünün və nitqinin bilavasitə iştirakçılarıdır. Bu istiqamət amerikan alimi Bart Kosko tərəfindən öyrənilmiş və riyazi cəhətdən modelləşdirilmişdir.

Açar Sözlər: *Çoxluq, məntiq, qeyri-səlis, universum, mənsubiyyət funksiyası, təfəkkür, aproksimasiya.*

Giriş

Dünyanın mədəniyyət xəzinəsinə bir sıra elmi yeniliklər bəxş etmiş, özünün fundamental kəşfləri və heyrətləndirici ideyaları ilə müasirlərinə böyük təsir göstərmiş Lütfi Zadə yaradıcılığının mahiyyətini anlamaq və onun ictimai şüura verdiyi yeni impuls və istiqamətləri obyektivcəsinə dəyərləndirmək üçün hər şeydən əvvəl, bu kəşflərin real məzmunu ilə yanaşı fəlsəfi mahiyyətinə də varmaq, onları fəlsəfi təfəkkürün dili ilə səsləndirmək lazımdır.

Müasir elmi dairələrdə böyük nüfuz qazanmış bu böyük alimin və mütəfəkkirin nəzəri təfəkkürü yeni rakursdan işıqlandıran və insan idrakının üfurlərini Aristotelin ənənəvi, binar məntiqindən xeyli yüksəkliyə qaldıran qeyri-səlis məntiqi XX əsrin fundamental kəşflərindən biri kimi hazırda dünya alimləri tərəfindən heyranlıqla qarşılanmaqda və intensiv tədqiq edilməkdədir.

Təsadüfi deyildir ki, hazırda bu nəzəriyyə Yaponiya, Almaniya, ABŞ, Rusiya, Çin, Türkiyə, Fransa və bir sıra digər ölkələrdə vaxtaşırı keçirilən beynəlxalq konfransların, simpoziumların, elmi seminarların geniş müzakirə obyektinə, dialoq predmetinə çevrilmişdir. Elə bu faktın özü dünya alimlərinin Lütfi Zadə nəzəriyyələrinə verdikləri yüksək dəyərin çox mühüm göstəricisidir.

Lütfi Zadənin elmi-nəzəri irsinə münasibət istər-istəməz bir sıra suallarla müşayiət olunur: bütün bu elmi yeniliklərin mahiyyəti nədən ibarətdir? Nə üçün dünya əməlləri L.Zadə nəzəriyyələrinə bu qədər böyük önəm verirlər? Bu nəzəriyyələrin

təfəkkür və çoxluqlar haqqında keçmiş və hazırki nəzəriyyələrdən başlıca fərqi nədədir? Onların müasir dünya praktikasına tətbiqi və elmi yenilikləri hansı səbəblərə görə çox geniş yayılmaqda və öyrənilməkdədir? Ehtimal ki, düzgün cavablandırılması mühüm elmi və dünyagörüşü əhəmiyyətləri kəsb edən bu suallar milyonlarla elm adamlarının maraqlarına daxil olaraq onları düşündürməkdədir. Bu marağı nəzərə alaraq biz onlara aydınlıq gətirməyə və müəyyən dərəcədə izah etməyə çalışacağıq. Hər şeydən əvvəl Lütfi Zadə nəzəriyyələrində özlərinə yer almış bir sıra mübahisəli məsələlərə diqqət yetirməyi məqsədəuyğun sayırıq.

Nəzəriyyənin adı

Fikrimizcə belə mübahisəli məsələlərdən biri nəzəriyyənin “qeyri-səlis” sözü ilə ifadə olunan adı ilə bağlıdır. Məlumdur ki, hər bir nəzəriyyə ilə ilk tanışlıq onun adından başlanır. Bu kontekstdə oxucu diqqətini çəkən ilk sual belə səsələnir: görəsən, L.Zadə nəzəriyyələri nə üçün “qeyri-səlis” nəzəriyyələr (Qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi, Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi, Qeyri-səlis ədədlər nəzəriyyəsi və s.) adlanır. Maraqlıdır ki, türk tədqiqatçıları “Qeyri-səlis məntiq” nəzəriyyəsinə “Bulanıq məntiq nəzəriyyəsi” başlığı altında təqdim edirlər. Adətən “qeyri-səlis”, “bulanıq” anlayışları mənaca tam aydın olmayan, mahiyyəti bütünlüklə anlaşılmayan fenomenlərin ifadəsi üçün istifadə edilir.

Halbuki, L.Zadə məntiqi həm dərk olunan, həm də dərin düşüncələr fonunda bütünlüklə anlaşılan nəzəriyyədir. Bu nəzəriyyənin mahiyyətini anlamayan, yaxud reallığını qəbul etmək istəməyən bəzi alimlər onun adını əsas götürərək bildirirlər ki, madam ki, bu bilik sisteminin məzmunu qeyri-səlisdir, deməli, o elmi deyil və buna görə də onu öyrənməyə və təbliğ etməyə dəyməz. Zira elmdə dəqiq, birmənalı, tam aydın olan anlayışlar qəbul edilə bilər. Bəs görəsən, bu nəzəriyyə ilə bağlı tam həqiqət nədən ibarətdir?

Məsələ ondadır ki, nəzəriyyənin müəllifi onu adlandırarkən müəyyən yanlışlığa yol vermişdir. “Qeyri-səlis” ifadəsi əsil həqiqətdə nəzəriyyənin özünə yox, onun həddlərində tədqiqat obyektini kimi öyrənilən təfəkkürə, çoxluqlara, məntiqə, ədədlərə və bir sıra digər anlayışlara şamil edilməlidir. Nəzəriyyənin özünə yönəldikdə isə, o kifayət qədər səlis, dəqiq və elmidir. Bu fikri L.Zadənin özü 2008-ci ildə Bakıda olarkən AMEA-dakı çıxışı zamanı etiraf etmişdir. Onun sözlərinə görə nəzəriyyəyə

ad verərkən ingilis dilində “fuzzy” sözünü tapmış və onun baxılan çoxluqların mahiyyətini əks etdirdiyini əsas götürərək onlara bu adı vermişdir. Sonralar nəzəriyyə formalaşmış zaman mütəxəssislər nəzəriyyənin adını çoxluqların adı ilə eyniləşdirmişlər. Rus leksikonunda “нечеткий” kimi səslənən söz, L.Zadənin yaxın dostu və həmkarı, AMEA-nın müxbir üzvü, professor Rafiq Əliyev tərəfindən Azərbaycan dilinə “qeyri-səlis” söz birləşməsi kimi tərcümə edilmişdir. Beləliklə, yeni nəzəriyyənin adının uğurlu seçilməməsi bəzi alimlərin ona şübhə və ehtiyatla yanaşmalarının başlıca səbəbi olmuşdur. Nəzəriyyəni başa düşərək onu qəbul edən və onun neft sənayesində uğurlu tətbiqlərini tapan bir sıra digər mütəxəssislər isə sadəcə olaraq “qeyri-səlis” termini əvəzinə “F çoxluqlar” terminini işlətməmişlər ¹

Nəzəriyyə haqqında yanlış təsəvvürlər

Lütfi Zadənin “Qeyri-səlis məntiq” və “Qeyri-səlis çoxluqlar” nəzəriyyələri ilə bağlı ikinci mübahisəli məqam ondan ibarətdir ki, bir sıra mütəxəssislərdə belə bir yanlış fikir formalaşmışdır ki, guya L.Zadə kəşfinin əsas mənası öz ifadəsini sıfırla bir arasında yerləşən ədədlər çoxluğunda tapır. Qeyd edək ki, sıfır ilə vahid arasında yerləşən kəsr ədədlər çoxluğu Lütfi Zadənin şəxsi kəşfi olmayıb, eramızdan xeyli əvvəllər qədim Babil və Misir riyaziyyatçıları tərəfindən tapılmış və tətbiq edilmişdir. Ədədlərin və ya çoxluqların tərkib hissələrinin dərəcələrini göstərməyə imkan verən faiz anlayışı da L.Zadədən xeyli əvvəllər kəşf edilib elmdə öz yerini tutmuşdur.

Deməli, L.Zadənin kəşfi nə kəsr, nə də faiz deyildir. Onun kəşfinin əsas obyektləri sərhədləri qeyri-müəyyən olan çoxluqlardır. O belə çoxluqları tapmış, onlara mənə vermiş və onları işlətmək üçün yeni riyazi nəzəriyyə yaratmışdır. Qeyd edək ki, Lütfi Zadənin ortaya qoyduğu fundamental elmi yenilik, dünyanın yeni elmi mənzərəsini açıqlayan kəşfləri dərin fəlsəfi mahiyyətə malikdir. “Qeyri-səlis çoxluqlar” və “Qeyri-səlis məntiq” kimi iki əsas nəzəriyyə ilə meydana gələn bu yeni elmi ideyalar müasir elmin fundamental kəşfləri sırasına paradiqmal kimi daxil edilmişdir. Sonralar, həyatının sonuna kimi Lütfi Zadə bu nəzəriyyələri inkişaf etdirmiş və onların əsasında bir sıra daha möhtəşəm nəzəriyyələr yarada bilmişdir.

¹ Алтунин А. Е, Семухин М. В., *Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях*. Издательство Тюменского государственного университета, 2002. с. 19

Georq Kantorun çoxluqlar nəzəriyyəsi

Məlumdur ki, çoxluqlar nəzəriyyəsi XIX əsrdə məşhur alman riyaziyyatçısı Georq Kantor tərəfindən yaradılmışdır. Bu nəzəriyyə riyaziyyatda yeni bir istiqamətin əsasını qoymuşdur. Böyük zəka sahibi olan bu alim bütün riyazi əməliyyatların çoxluqlar üzərində aparılan əməliyyatlar kimi təsvirinin mümkün olduğunu göstərmişdir. O, bu nəzəriyyədən əvvəllər yaradılmış bütün riyazi obyektlərin burada strukturlar şəklində yenidən yaradılıb təsvir edilə bilməsini sübut etmişdir.¹ Beləliklə, bir sıra məşhur riyaziyyatçıların fikrini ifadə etsək, deyə bilərik ki, G.Kantorun çoxluqlar nəzəriyyəsi elə möhtəşəm bir dünyadır ki, orada bütün riyaziyyat yerləşə bilər.²

Sonrakı əsrdə G.Kantor nəzəriyyəsi ardıcılıqları tərəfindən xeyli inkişaf etdirilsə də, onun təsvir etdiyi çoxluqlar dəqiq sərhəddli, klassik çoxluqlar kimi mövcud olmuşdur. G.Kantora görə çoxluğun hər bir elementi ya onun daxilində, ya da xaricində ola bilərdi, ancaq aralıq vəziyyətdə ola bilməzdi. Çoxluq anlayışına G. Kantor öz nəzəriyyəsində belə tərif vermişdir: Çoxluq müxtəlif elementlərin bir vahid kimi birləşməsindən yaranır. Burada bir çox elementlər vahid bir ad altında birləşmiş şəkildə düşünülür. Çoxluğa bir düşüncə aktı kimi baxıla bilər. Burada, bir ad altında bir sıra elementlər müəyyən edilir və əksinə bir sıra elementlər vahid bir ad altında, hər hansısa bir qanun əsasında birləşdirilir^{3 4}

Qeyd edək ki, çoxluq anlayışı insan təfəkkürünün öz fəaliyyətində daim istifadə etdiyi fundamental bir anlayış və təfəkkürün fəaliyyəti üçün vacib olan çox mühüm bir alətdir. Lütfi Zadə çoxluq anlayışına toxunmaqla bütün riyaziyyat elminin və təfəkkürün fundamentinə müdaxilə etmiş və orada yeniliklər edə bilmişdir. Bu isə öz növbəsində yeni bir riyaziyyatın və məntiqin yaranmasına gətirib çıxarmışdır.

¹ Вопенка П., *Математика в альтернативной теории множеств*. Москва, «Мир», 1983. s. 12

² Yenə orada, s. 13.

³ Френкель А., Бар-Хиллел Н., *Основание теории множеств*. Москва, «Мир», 1969. s. 9

⁴ Хаусдорф Ф., *Теория множеств*. Москва, 2014. s. 7

Qeyri-səlis çoxluqlar

L. Zadənin 1965-ci ildə çap etdirdiyi “Fuzzy sets”, adlı məqaləsi yeni nəzəriyyəni elmi ictimaiyyətə təqdim edən ilk məqalə olmuşdur. Bu yazıda ilk dəfə olaraq “fuzzy” çoxluqlar anlayışı elmə daxil edilmiş və bu kontekstdə möhtəşəm bir nəzəriyyənin əsasları qoyulmuşdur. L.Zadə nəzəriyyələrinin öyrənilməsi istiqamətində atılan ilk addım belə bir sualın araşdırılması ilə bağlıdır: fuzzi çoxluq nədir? Fuzzi və ya qeyri-səlis çoxluq elə çoxluqdur ki, onun hər bir elementi bu çoxluğa müəyyən dərəcə ilə daxil olur. Başqa sözlə desək, onun hər bir elementini xarakterizə edən mənsubiyyət dərəcəsi vardır.

L.Zadənin çoxluqlar nəzəriyyəsi əvvəllər mövcud olmuş nəzəriyyələrdən xeyli fərqlənir. Burada kəmiyyətin keyfiyyətə keçməsi məsələsi özünü daha aydın şəkildə büruzə verir. Çoxluğun hər bir elementinin mənsubiyyət dərəcəsi (kəmiyyət) artdıqca onun çoxluğu təmsil etmə hüququ (keyfiyyət) də artmış olur. Ümumvəhdət prinsipinə əsasən çoxluq anlayışının məzmununda kəmiyyət və keyfiyyət elementləri vəhdət təşkil edir və onları heç bir vəchlə bir-birindən ayırmaq olmaz. Hər bir element çoxluqda olmaqla olmamaq kimi iki əks qütbün arasında mövqe tutur. Dünyanın bütün hadisələri kimi çoxluq anlayışı da bir qütblü olmayıb, dialektik əksliklərin vəhdətindən ibarətdir.

Beləliklə, biz şahid oluruq ki, nəzəri fikir tarixində “çoxluq” anlayışının məzmununda kəmiyyət və keyfiyyət tərəflərinin vəhdəti ideyası ilk dəfə L.Zadənin Qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsində səsləndirilmişdir. Bu o deməkdir ki, qeyri-səlis çoxluq təsvir edilərkən hər bir elementin çoxluğa nə qədər və necə daxil olunması eyni zamanda verilməlidir.

Məlumdur ki, hər bir nəzəriyyənin məzmunununun araşdırılması onun elmi aparatını təşkil edən anlayışların təhlili ilə başlanır. Elmdə artıq qəbul edilmiş bu ənənəni pozmadan, bir də möhtərəm oxucuya qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsinin məzmunu ilə tanışlıq yaratmaq üçün ilk növbədə onun anlayışlar aparatına müraciət edək və onların fəlsəfi mahiyyətini öyrənməyə çalışaq. Bu məqsədlə müraciət etmək istədiyimiz ilk anlayış nəzəriyyədə mərkəzi yerlərdən birini tutan “universum” anlayışıdır.

Universum – Lütfi Zadə elm tarixində çoxluq anlayışının yeni mənasını açıqlamaqla Kantor çoxluğu konsepsiyasını yeni məcraya yönəltdi. Bu məqsədlə yeni anlayışlardan istifadə etdi. Bu anlayışlardan biri də universum anlayışıdır. Mə-

lumdur ki, insan təfəkkürü hər hansı bir problemi həll etmək üçün ilk növbədə bu problemdə iştirak edə biləcək bütün mümkün elementləri ayırd edir. Sonra isə bu ümumi elementlər çoxluğunu ayrı-ayrı alt çoxluqlara bölərək onlar üzərində müxtəlif əməliyyatlar aparır və nəticə əldə edir. Beləliklə, L.Zadənin ilk istifadə etdiyi anlayış “universum” anlayışıdır. O, müəyyən kontekstdə qoyulmuş problemlərin həlli üçün istifadə olunan bütün mümkün elementlər çoxluğunu “universum” adlandırır. Bu anlayışı başlanğıc kimi istifadə edərək onun üzərində öz nəzəriyyəsini qurur.¹

Fikrimizə aydınlıq gətirmək üçün misallara müraciət edək. Məsələn, əgər biz qrupda ən yaxşı tələbə axtarırsaq, bu halda “universum” anlayışı qrupun bütün tələbələrini, yox əgər fakültədə ən yaxşı tələbə axtarırsaq, onda bütün fakültə tələbələrini, əgər universitetdə ən yaxşı tələbə axtarırsaq bütün universitet tələbələrini ehtiva edəcəkdir.

Məlum olduğu kimi, L.Zadə nəzəriyyələrinin əsas araşdırma obyektini insan təfəkkürünün modeli olduğundan “universum” anlayışı məhz təfəkkürdə cərəyan edən prosesləri əks etdirir. Buna görə də insan hər hansı bir problemin həlli üzərində düşünərkən ilk növbədə fikrində həmin problemə aiddiyyəti olan bütün elementləri ehtiva edərək universal bir çoxluğu müəyyənləşdirir və bütün düşüncələri onun daxilində yürütməyə başlayır. Bu səbəbdən L.Zadə özünün Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsində universumun bütün elementlər çoxluğunu müəyyənləşdirərək onu məhz bu çoxluq əsasında inkişaf etdirmişdir.

Yuxarıdakı mühakimələrdən aydın olur ki, bütün baxılan çoxluqlar universumun daxilində yerləşir. İndi isə universum daxilində ixtiyari bir A alt çoxluğuna baxaq. Bu halda universumun bütün elementlərini A alt çoxluğuna qarşı münasibətdə üç qrupa ayırmaq olar. Birinci qrupa A çoxluğuna daxil olmayan elementlər, ikinci qrupa A-ya daxil olan elementlər, üçüncü qrupa isə A-ya qismən daxil olan elementlər aid olacaqdır.

Məsələn “Dünya azərbaycanlıları” çoxluğuna nəzər salaq. Bu çoxluq üçün universal çoxluq dünyada yaşayan bütün insanlar (təxminən 7 milyard) toplumudur. Dünyada elə insanlar vardır ki, onların azərbaycanlılarla heç bir qohumluq əlaqəsi

¹ Заде Л., *Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений*. Москва, «Мир», 1976. с. 21.

yoxdur. Onlar başqa xalqların nümayəndələridir. Məsələn, ingilis, fransız, rus və digər xalqlar bu qəbildəndir. Buna görə də biz qətiyyətlə deyə bilərik ki, bu xalqlardan olan insanlar “azərbaycanlılar” çoxluğuna daxil deyildir. İkinci çoxluğa digər millətlərlə heç bir qohumluq əlaqəsi olmayan azərbaycanlılar daxildir. Nəhayət, üçüncü qrupa nəsilərində bu və digər dərəcədə başqa millətlərin iştirak etdiyi azərbaycanlılar daxildir. Məsələn, ola bilər ki, azərbaycanlılardan kiminsə atası, yaxud anası, babası və ya nənəsi, hətta ulu babası və ya nənəsi digər millətlərin nümayəndəsi olmuş olsun. Belə insanları biz üçüncü qrupa daxil etməliyik. Deməli, üçüncü qrupun hər bir elementinin “azərbaycanlılar” çoxluğuna daxil olma dərəcəsi vardır. Bu dərəcə sıfırla bir arasında yerləşən bir həqiqi ədəddir. Məsələn, kiminsə anası rus, atası azərbaycanlıdırsa, bu dərəcə ikidə birə, atası və anası azərbaycanlı, nənəsi isə rursadursa həmin dərəcə dördə birə bərabərdir və s.

Beləliklə, biz deyə bilərik ki, “azərbaycanlılar” çoxluğu qeyri-səlis, yəni “fuzzy” çoxluqdur. Bu çoxluğun böyük bir hissəsinin elementlərinin mənsubiyyət dərəcəsi vahidə bərabərdir. Bu hissəyə qeyri-səlis çoxluğun nüvəsi deyilir. Çoxluğun digər hissəsinin isə elementlərinin “azərbaycanlılar” çoxluğuna mənsubiyyət dərəcəsi vahidlə sıfır arasında yerləşən hər hansısa bir həqiqi ədədə bərabər olacaqdır. Bu elementlərə çoxluğun sərhəd elementləri deyilir. Onlar müəyyən dərəcədə başqa millətlərlə qohumluq əlaqəsi olan insanlardır.

Gətirdiyimiz misal əyani şəkildə göstərir ki, qeyri-səlis çoxluqlar həqiqətən real şəkildə mövcud olan çoxluqlardır. Onların elementlərinin bir hissəsi bu çoxluğa tam şəkildə, digərləri isə ona müəyyən dərəcədə daxildirlər.

Mənsubiyyət funksiyası - Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin ən vacib, mərkəzi və əsas anlayışı mənsubiyyət funksiyasıdır.¹ Bütün L.Zadə nəzəriyyələri bu funksiya üzərində qurulmuşdur. Əslində L.Zadə nəzəriyyələrini bir funksiyanın möcüzəsi adlandırmaq olar. Çox dərin mənaya malik olan bu funksiya insan təfəkkürünün açarı və dərk etmənin fundamenti hesab edilə bilər. Hər bir insanın ətraf dünyanı dərk etməsi mənsubiyyət funksiyaları vasitəsi ilə modelləşdirilib təsvir oluna bilər. İnsanın hər an verdiyi qərarlar bilavasitə mənsubiyyət funksiyalarından asılıdır. Bu funksiyalar hər an yeniləşir. İnsanlar ətraf aləmi dərk edib, bilik əldə etdikcə bu funksiyalar daha dəqiq qiymətlər alır.

¹ Задэ Л., *Понятие лингвистической переменной...*, s. 32.

Müəyyən bir elm və ya praktiki təcrübə sahəsində dərin biliyi olan şəxslərə ekspertlər deyilir. Onların təfəkkürlərindəki mənsubiyyət funksiyaları başqa insanlara nisbətən daha dəqiq və adekvat olur. Mənsubiyyət funksiyası universumun hər bir elementinin baxılan çoxluğa daxil olma dərəcəsini göstərir. Qeyd etməliyik ki, L.Zadə nəzəriyyələrinin əsas gücü və mənası məhz bu funksiya ilə təmin olunur. Bu funksiyanın L.Zadə tərəfindən tapılması, mənalandırılması və tətbiq edilməsi dünya elmində ciddi sıçrayışa səbəb olmuşdur.

Mənsubiyyət funksiyası xətti və ya qeyri-xətti, kəsilməz və ya kəsilməz ola bilər. Məsələnin sadələşdirilməsi nəminə, çox vaxt bu funksiyanı xətti və kəsilməz qəbul edirlər. Fazzi ədədlər nəzəriyyəsində isə yuxarıdan kəsilməz funksiyalardan da istifadə edilir. Praktiki hesablamalarda daha çox üçbucaq, trapes şəkilli, zəngvari, Qaus, s-ə bənzər və digər bu kimi şablon qəbul edilmiş mənsubiyyət funksiyalarından istifadə olunur.

Singlton – Qeyri-səlis çoxluqların riyazi aparatını zənginləşdirən anlayışlardan biri də singlton terminidir. Bu terminlə tanış olmaq üçün bir daha xatırladaq ki, L.Zadə məntiqi klassik, ənənəvi məntiq olmayıb, sinergetik mahiyyətli, postqeyri-klassik məntiqdir. Singlton – çoxluğun bölünməz elementləri, mənsubiyyət funksiyası isə bu elementləri bir çoxluq halında birləşdirən bir vasitədir. Singltonlar universumun ən kiçik və bölünməz hissələridir. Universum isə singltonlar məcmusudur. Hər bir singltonun çoxluqda iştirakı mənsubiyyət funksiyası ilə təmin edilir. Məsələn, “dostlar” çoxluğunda bizim tanıdığımız hər bir adam singltondur. Onların hamısı bir yerdə universumu təşkil edirlər. Bu halda mənsubiyyət funksiyası bizim daxili, subyektiv fikrimizi əks etdirən bir funksiyadır. Yaxın dostlar üçün mənsubiyyət funksiyası vahid, bir qədər uzaq dostlar üçün 0.9, nisbətən daha uzaq dostlar üçün isə 0.8, 0.7 və s. qiymətlər alacaqdır.

Beləliklə, biz görürük ki, fazzi çoxluqlar əslində singltonların sinerjisindən, yəni birliyindən yaranan çoxluqlardır. Bu çoxluqlarda hər bir singlton yalnız müəyyən dərəcədə iştirak edir. Qeyri-səlis çoxluqları isə mənsubiyyət dərəcələri eyni olan singltonlar yığımlarından ibarət kəsiklərin birləşmələri təşkil edir. Belə çoxluqlar olmaqdan olmamağa doğru sıçrayışla deyil, tədricən dəyişən çoxluqlardır. Məsələn, zəlzələ baş vermiş yerin strukturuna baxaq. Burada, zəlzələnin episentridə zəlzələyə məruz qalmış elementlərin daxil olma dərəcəsi vahidə, bir qədər aralı 0.9-a, bir

qədər də aralı 0. 8, 0. 5, 0. 2 və s. bərabərdir. Episentrdən zəlzələ olmayan yerə doğru bu dərəcə tədricən azalır. Sıfırla bir arasında olan hər hansı bir α ədədi zəlzələ çoxluğunun bir kəsiyini yaradır. Başqa sözlə desək, bu kəsik üzərində olan bütün yerlərin zəlzələyə aid olma dərəcəsi α -ya bərabərdir. Qeyri-səlis çoxluq α kəsiklərin birləşməsindən yaranan bir çoxluqdur. Ümumi halda demək olar ki, partlayışlardan, dalğalardan yaranan bütün çoxluqlar qeyri-səlisdir. Başqa bir misal kimi yer atmosferini göstərmək olar. Məlumdur ki, atmosfer tədricən kosmosa keçir, onun sərhədləri qeyri-səlisdir.

Qeyri-səlis və Aristotel məntiqlərinin müqayisəsi

L.Zadənin Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin məntiqi əsasını onun yaradıcılığından qırmızı xətlə keçən, Aristotelin binar məntiqindən fərqlənən Qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi – fazzi məntiq təşkil edir. Ona görə də biz Qeyri-səlis məntiqi, Qeyri-səlis çoxluğun mühüm elementlərindən biri kimi təqdim edirik.

Məlum olduğu kimi, bəşəriyyətin nəzəri fikir tarixində məntiqi təsəvvürlərin inkişafına başlanğıc vermiş Aristotelin klassik binar məntiqi öz məzmununa görə xətti, formal xarakter daşımış və məntiq anlayışlarının kəmiyyət dərəcələrinə toxunmadan onların yalnız keyfiyyət halını qəbul etmişdir. Dünyanı iki rəngli görən Aristotel məntiqinin bu xüsusiyyəti öz qabarıq ifadəsini onun ali prinsiplərindən sayılan “qeyri ziddiyyətlilik” ideyasında tapmışdır. Məsələn, binar məntiqə görə cisim eyni zamanda həm böyük, həm də kiçik ola bilməz, o ya böyük, ya da kiçik olmalıdır. Bu o deməkdir ki, binar məntiqə görə biz cisimi əksliklərin vəhdəti halında deyil, yalnız bir halda: ya böyük, ya da kiçik halında qəbul etməliyik. Gətirdiyiniz misaldan aydın görünür ki, cisimin “böyük” və yaxud “kiçik” kimi keyfiyyət hallarının kəmiyyət xarakteristikası, başqa sözlə desək şiddətləndirmə dərəcələri Aristotelin klassik məntiqində öz ifadəsini tapmamışdır. Digər bir misala müraciət edək: “Əli mənim dostumdur” (tezis) – “Əli mənim dostum deyil” (antitezis). Bu ifadələrdə işlədilən “dost” anlayışının müxtəlif dərəcələri ola bilər: “Əli mənim ən yaxın dostumdur”, “Əli mənim dostlarımdan biridir”, “Əli mənim uzaq dostumdur” və s. mühakimələri “dost” anlayışının müxtəlif dərəcələrini ifadə edir. Halbuki, Aristotelin binar məntiqi xətti, sadə, bəsit dünyanı, məntiq elminin idrak predmetini təşkil edən insan təfəkkürünün aşağı səviyyələrini öyrəndiyindən burada işlənən “dost” anlayışını müxtəlif

dərəcələrindən sərfnəzər edərək onun ən ümumi halının təsvirini verir. Bununla da Aristotel məntiqində anlayışın dərəcə müxtəlifliyi üzərindən sükutla keçilərək onun spektr xarakteri nəzərə alınmır. Məsələn, Aristotel məntiqinə görə “qırmızı” ancaq qırmızı, “qara” isə ancaq qaradır. Göründüyü kimi burada anlayışlara xətti yanaşıldığından onların dərəcələrə görə təsnifatı aradan qaldırılır. Başqa sözlə desək, onları riyazi dilə çevirib adekvat surətdə modelləşdirmək bu məntiqin köməyi ilə mümkün olmur.

Halbuki, L.Zadənin Qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsində eyni bir anlayışın nəinki müxtəlif mənə çalarlarına, həm də müxtəlif kəmiyyət xarakteristikalarına fikir verildiyindən onların müxtəliflik dərəcələrinə görə qruplaşdırılmasına imkan yaranır. L.Zadə elmə yeni linqvistik və qeyri-səlis dəyişən¹ anlayışlarını daxil etmişdir. Onun yaratdığı bilik sahəsində baxılan anlayışın qeyri-xəttilik rakursundan öyrənilməsi onun müxtəlif dərəcələrini aşkara çıxarmağa və onları riyazi olaraq $[0,1]$ parçasında təsvir etməyə imkan yaradır. Deməli, Aristotel məntiqi xətti, L.Zadə məntiqi isə qeyri-xətti dünyanı öyrənir. Lakin aralarındakı bir sıra kəskin fərqlərə baxmayaraq hər iki məntiq nəzəriyyəsi həqiqətdir, belə ki, dünya vahiddir və qeyri-xəttidir. Ancaq onu xətti yanaşma ilə də öyrənmək olar. Xətti dünyanın qanunauyğunluqları klassik rasionallıqda, qeyri-xətti dünyanın qanunauyğunluqları isə qeyri-klassik rasionallıqda öyrənilir. Aristotel məntiqi mahiyyət etibarını ilə metafizik nəzəriyyə olub, cisimin ziddiyyət təşkil edən iki halından (cisim qaradır-cisim qara deyil) yalnız birini (məsələn, cisim qaradır) qəbul edərək ikinci halı (cisim qara deyil) inkar edir. Deməli, Aristotel məntiqi dünyanı yalnız iki qütblü qəbul edən və bununla da onu dialektik ziddiyyətdən kənarlaşdıran binar məntiqidir. L.Zadə məntiqindən fərqli olaraq burada üçüncünü istisna qanunu yerinə yetirilir. İnsan şüuru təfəkkürü müxtəlif metodlarla, sadə və mürəkkəb yanaşma üsulları ilə öyrənə bilər. Fikrimizcə, Aristotel və L.Zadə məntiqlərinin də başlıca fərqi məhz bu metodun təfəkkür proseslərinə yanaşma üsulunun seçilməsidir. Aristotel məntiqi dünyanı sadə, L.Zadə məntiqi isə daha mürəkkəb metodla öyrənə bilər.

Ehtimal və imkanlar - L.Zadə məntiqini bir çox mütəxəssislər ehtimal nəzəriyyəsi ilə qarışdırır və onların fərqi görə bilmirlər. Məsələn, amerikalı profes-

¹ Заде Л., *Понятие лингвистической переменной* ..., с. 58-71.

sor Miron Tribusun qənaətinə görə,¹ qeyri-səlislik əslində maskalanmış ehtimaldır. Lakin professor L. Zadə öz məqalələrində bu fikrin yanlış olduğunu dəfələrlə sübut etmişdir. O, keçən əsrin yetmişinci illərində öz nəzəriyyəsinə yeni interpretasiya verərək İmkanlar nəzəriyyəsini yaratmışdır. Bu nəzəriyyə ehtimal nəzəriyyəsinə bənzəsə də, həm mənası, həm də riyazi aparatı baxımından ondan fərqlənir.

Dünyanın qanunauyğunluqlarını öyrənməyi qarşısına məqsəd qoyan insan gerçəkliyin proses və hadisələri haqqında öz düşüncələrinə yol açarkən həm imkanlar, həm də ehtimallar formasında fikirləşir. Əgər Ehtimal nəzəriyyəsinin 300 illik tarixi vardırısa da, İmkanlar nəzəriyyəsi cəmi 50 ilə yaxındır ki, mövcuddur.

Ehtimal nəzəriyyəsi hadisələrlə bağlı olur və onların baş verə bilmə ehtimalını qiymətləndirir. İmkanlar nəzəriyyəsi isə hadisələrin insan təsəvvürünə görə paylanma imkanlarını tədqiq edir. Məsələn, belə bir hadisəni nəzərdən keçirək. Fərz edək ki, bir seminara ağ saçlı, orta bilik səviyyəsinə malik bir müəllim gəlməlidir. Bu hadisədə müəllimin gəlib-gəlməyəcəyini tədqiq edən, onun gəlmə ehtimalını hesablayan elm sahəsi ehtimal nəzəriyyəsi, nə dərəcədə ağsaçlı və orta bilik səviyyəli olmasını araşdıran elmi istiqamət isə İmkanlar nəzəriyyəsidir.

Ümumiyyətlə deyə bilərik ki, bu bilik sahələri qeyri-müəyyənliyin iki qolunu əhatə edir. Daha adekvat və real modellərin qurulması üçün hər iki nəzəriyyədən eyni zamanda və paralel istifadə etmək lazımdır. Məsələn, əgər ehtimal nəzəriyyəsi ilə məşğul olan istənilən mütəxəssisdən yerə atılan zərin 6 düşmə ehtimalını soruşsanız o düşünmədən bunun altıda-bir olduğunu söyləyəcək. Lakin, əslində bu fikir yanlıştır. Çünki bu ehtimalın 1/6-ə bərabər olması üçün zər tam simmetrik olmalıdır. Bu isə belə deyildir. Əslində zərin 6 düşməsi ehtimalı haradasa 1/6 ətrafındadır. Daha dəqiq desək bu ədəd qeyri-səlis 1/6-dır.

Riyaziyyat və Sinergetika – Qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi riyaziyyat elminin də inkişafından yan ötməmişdir. Belə ki, klassik riyaziyyatın əsas obyektləri olan həm ədədlərin, həm də həndəsi fiqurların fazzi analoqu meydana gəlmişdir. Bu isə riyaziyyat elminin gücünü artırmış və onun daha mürəkkəb sistemləri öyrənməsi üçün gözəl şərait yaratmışdır.

Belə ki, keçən əsrin 60-cı illərindən başlayaraq təbiət və cəmiyyətin mürəkkəb sistemlərinin, o cümlədən özünü təşkilədən qeyri-xətti, açıq, dissipativ sistemlərin

¹ Kosko B., *Fuzzy thinking. The new science of fuzzy logic*. New York, 1993. s. 3

inkişaf qununauyğunluqlarının intensiv və ekstensiv tədqiq edilib öyrənilməsi ilə əlaqədar Lütfi Zadə göstərmişdir ki, belə sistemlərin qanunauyğunluqlarının dərk üçün nə Aristotelin binar məntiqi, nə də bütövlükdə bu sistemə söykənən klassik riyaziyyat yetərli deyildir. Bu münasibətlə özünün Qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi ilə sinergetika arasında əlaqə yaratmağa çalışan L.Zadə belə bir ideyaya başlanğıc vermişdir ki, özünütəşkil edən qeyri-xətti sistemləri öyrənmək üçün yeni məntiq, yeni riyaziyyat formalaşdırılmalıdır. Müasir elmi idrakın inkişaf dinamikası göstərir ki, bu Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi olmalıdır. Lakin elmi idrakın bu həddə gəlib çatması o demək deyildir ki, binar məntiq və xətti riyaziyyat, o cümlədən Kantorun məşhur çoxluqlar nəzəriyyəsi bəşər mədəniyyətinin təfəkküründən uzaqlaşdırılmalı, artıq elmi idrakda özünə yer almayan arxaik biliklər sırasına daxil edilməlidir. Məsələnin mahiyyəti ondan ibarətdir ki, insanı əhatə edən təbiətin və cəmiyyətin problemləri həm xətti, həm də qeyri-xətti, həm səlis, həm də qeyri-səlis ola bilər. Xəttilik və səlislik artıq uzun illərdir ki, klassik məntiqin və klassik riyaziyyatın atributları olaraq kifayət qədər öyrənilmişdir. Bu nəzəri sistemlər yalnız sadə və bir o qədər də mürəkkəb olmayan, özünütənzimləyən sistemlərin qanunauyğunluqlarını tədqiq edə bilər. Bəşəriyyət keçən əsrin 70-ci illərindən başlayaraq özünütəşkiledən mürəkkəb, açıq, qeyri-xətti, dissipativ (maddə, enerji və informasiyanı səpən) sistemlərin öyrənilməsinə keçmiş və dünyanın yeni qanunauyğunluqlarının öyrənilməsi sahəsində heyrətamiz, yeni nailiyyətlər qazanmışdır. Mürəkkəb, özünütəşkiledən sistemlərin özəl məntiqi və spesifik riyaziyyatı vardır və həm də bu nəzəri sistemlər qeyri-xətti-dir. Sadə və nisbətən mürəkkəb sistemləri səlis məntiq prinsipləri əsasında izah etmək mümkün olduğu halda, özünütəşkiledən mürəkkəb sistemlər üçün belə bir təsvir mümkünsüzdür. Mürəkkəb sistemlər üçün belə təsvir yalnız Qeyri-səlis məntiq və Qeyri-səlis riyaziyyat üzərində qurula bilər. L.Zadənin Qeyri-səlis məntiqi xətti dünyadan qeyri-xətti dünyaya cığır açmaqla təfəkkürün məntiqi imkanlarının modelləşdirilməsini xeyli genişləndirmiş, insanın təfəkkürlə yeni dialoqa girməsinə geniş imkanlar yaratmışdır.

L.Zadənin Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi riyaziyyat elminin inkişafına yeni impuls vermiş fundamental bir nəzəriyyədir. Təsədüfi deyildir ki, artıq riyaziyyatın əksər sahələrində L.Zadə məntiqinin ideyaları geniş tətbiq edilməkdədir. Bu münasibətlə qeyd etmək istərdik ki, məşhur rus riyaziyyatçısı, akademik V. T. Arnold hələ

keçən əsrin sonlarında sosial proseslərin təsviri üçün “yumşaq” modellərdən istifadə etməyi məsləhət görmüşdü. Halbuki, yumşaq modellərin yaradılmasının ən mükəmməl və rəşional üsulunun L.Zadənin təklif etdiyi Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin köməyi ilə mümkün olmasını artıq bütün dünya bu təklifdən xeyli əvvəl qəbul etmişdi.

L.Zadəni məşhurlaşdıran və sonralar dünya alimləri tərəfindən yaradıcılıqla inkişaf etdirilən əsas ideyası qeyri-səlis çoxluqların özlərinin bütövlükdə bir araşdırma obyektini kimi qəbul edilməsi, onlar üzərində müxtəlif nəzəriyyələrin qurulması və belə çoxluqların dərin mənalarının, eyni zamanda böyük tətbiqi əhəmiyyətlərinin göstərilməsi olmuşdur.

İkinci növ Qeyri-səlis çoxluqlar

L.Zadə nəzəriyyələrini gücləndirən möhtəşəm ideyalardan biri də ondan ibarətdir ki, qeyri-səlis çoxluqlardakı elementlərin mənsubiyyət dərəcələrinin özləri də qeyri-səlis çoxluqlardan ibarət ola bilər. Belə çoxluqlara elmdə ikinci növ qeyri-səlis çoxluqlar deyilir. Təbii ki, üçüncü, dördüncü və ümumiyyətlə, n-ci növ qeyri-səlis çoxluq anlayışı da elmə gətirilmişdir. Lakin, insan beynindəki qeyri-müəyyənlikləri daha yaxşı modelləşdirməyə imkan verən çoxluqlar məhz ikinci növ qeyri-səlis çoxluqlardır. Daha yüksək növlü çoxluqlar isə nisbətən abstrakt xarakter daşıyır. Məsələn, kimsə deyirsə ki, “Həsən mənim dostumdur”, bu o deməkdir ki, Həsən onun qeyri-səlis dostlar çoxluğuna daxildir. Lakin, Həsənin bu çoxluğa daxil olma dərəcəsinin özü də qeyri-səlis çoxluqdur. Belə çoxluqları və onların mənsubiyyət dərəcələrini insan təfəkkürü intuisiya və hiss orqanlarının köməyi ilə dərk edir və onlar üzərində əməliyyatlar apara bilər. L.Zadə nəzəriyyələrində elmə gətirilən lingvistik dəyişən və term¹ anlayışlarının köməyi ilə bu prosesi modelləşdirib öyrənmək olur. Adətən biz belə çoxluqları dilimizdə “çox”, “az”, “orta”, “böyük”, “kiçik” və s. Sözlər və onların şiddətləndirmə dərəcələrini qeyri-xətti operatorlar kimi dəyişən söz şəkilçiləri (lap, demək olar ki, bir balaca, təxminən, həddən artıq və s.) vasitəsi ilə ifadə edirik. Məsələn biz deyirik: “Həsən mənim çox yaxın dostumdur”, “Həsənlə bir az dostluğum var”, “Həsən mənim demək olar ki, dostumdur” və s.

¹Заде Л., *Понятие лингвистической переменной...*, с. 71

L.Zadə nəzəriyyələrinin köməyi ilə bu qəbildən olan subyektiv xarakterli fikirləri obyektivləşdirmək, başqa sözlə onları simvollar vasitəsi ilə ifadə etmək və ədəd oxu üzərində dəqiq qeyd almaq mümkün olur. Bu isə öz növbəsində onları idarə etməyə, mənalandırmaya və beləliklə də süni zəkalar yaratmağa geniş imkanlar açır. Digər tərəfdən, bu nəzəriyyələrin yüksək intellektə və biliyə malik olan insanların anlama, dərk etmə, başa düşmə və təsəvvür mexanizmlərini araşdırmağa, onların sirrini öyrənməyə və beləliklə də insan təfəkkürünə yol açmağa qadir olan bir nəzəriyyələr olduqlarını xüsusi ilə qeyd etmək lazımdır.

L. Zadə məntiqinin əsas gücü ondan ibarətdir ki, burada təkliflərin doğruluq qiymətləri $[0,1]$ şkalasında nöqtə ilə yox, müəyyən intervallarla verilə bilər. Belə intervalların hər bir nöqtəsinə isə mənsubiyyət funksiyası vasitəsi ilə konkret bir dərəcə verilir ki, bu sonuncular da danışıq dilində “bir az doğru”, “lən doğru”, “azacıq həqiqət”, “demək olar ki, doğru” və s. ifadələri ilə modelləşdirilir.

Digər nəzəriyyələrlə müqayisə

1967-ci ildə amerika alimi R. E. Mur “Interval analizi” adlı yeni bir nəzəriyyə yaratdı. Burada ədəd olaraq intervallar qəbul edilirdi və bütün riyazi əməliyyatlar onların üzərində aparılırdı. Lakin bu riyazi sistemdə interval daxili nöqtələr bir-birindən fərqlənmədiyindən onların hamısında mənsubiyyət funksiyası eyni bir vahid qiyməti alırdı. Bu baxımdan, əslində R. E. Murun yaratdığı riyazi sistemə L. Zadə riyaziyyatının xüsusi bir halı kimi baxmaq olar. Digər tərəfdən, araşdırmalar göstərir ki, Aristotel, Lukaseviç, Post və bir sıra digər məntiq sistemləri sadəcə olaraq L.Zadə məntiqinin xüsusi hallarıdır. Beləliklə, deyə bilərik ki, L. Zadə özündən əvvəl mövcud olmuş riyazi sistemləri öz nəzəriyyəsi ilə ümumiləşdirmiş, genişləndirmiş və daha böyük imkanlara malik olan yeni və güclü bir sistem yaratmışdır.

İnsan hansı məntiqlə düşünür?

Bəzi mütəxəssislərin fikrincə insanların əksəriyyəti Aristotel məntiqi ilə fikirləşirlər. Elə düşünürük ki, bu fikir həqiqətə uyğun deyildir. Belə ki, biz hətta birçox insan da tapa bilmərik ki, o yalnız Aristotel məntiqi ilə düşünsün. Belə bir keyfiyyət yalnız kibernetik maşınlar, robotlara şamil edilə bilər. Halbuki, hazırda dünyanın

bir sıra qabaqcıl ölkələrində L.Zadə məntiqi ilə düşünən robotlar hazırlanmaqdadır. Digər tərəfdən, əgər bütün adamlar Aristotel məntiqi ilə düşünsəydilər, onda onlar mənsubiyyət dərəcələri vahid olan öz yaxın adamlarını, dostlarını bir-birindən fərqləndirə bilməzdilər. Bu halda insanların qərar qəbul etmə mexanizmi xeyli zəifləyər və reallığı əks etdirməzdi Əslində insan məntiqi nə Aristotel, nə Lukaseviç, nə Post və nə də Zadə məntiqidir. Sadəcə olaraq, qətiyyətlə demək olar ki, insan məntiqinə bu məntiqlər içərisində ən yaxını sözsüz ki, L.Zadə məntiqidir.

Qeyd etməli ki, L.Zadə məntiqi haqqında bir sıra başqa fikirlər də mövcuddur. Məsələn, Berkliyə Kaliforniya universitetinin professoru Uilyam Kahanın¹ qənaətinə: “Qeyri-səlis məntiq səhvdir, səhvdir və ziyanlıdır. Bizə əslində daha çox məntiqi düşüncə lazımdır. Qeyri-səlis məntiqin təhlükəsi ondan ibarətdir ki, o qeyri-dəqiq düşüncəni təbliğ edəcək və bu isə bir sıra problemlərin yaranmasına səbəb olacaqdır. Qeyri-səlis məntiq elm üçün kokaindir”.

Digər tərəfdən, bəzi müəlliflər yalnız olaraq qeyd edirlər ki, L.Zadə nəzəriyyələrinin yaranması ilə mütləq, dəqiq və səlis riyaziyyatın formalaşmasına, riyazi mühakimələrdə ciddi və səlis məntiqi ardıcılıqlara əməl olunmasına bəslənən ümidlər boşa çıxmışdır.

Təəssüflə qeyd etməli ki, belə səhv yanaşmalar və baxışlar yalnız L.Zadə nəzəriyyələrinin mənasını düzgün başa düşməməkdən irəli gəlir. Əslində isə bu nəzəriyyələrin əsas mənası real həyatda olan qeyri-müəyyənlikləri daha dəqiq modelləşdirərək öyrənməkdən ibarətdir. Başqa sözlə desək, L.Zadə ideyalarının əsas məqsədi qeyri-səlislikləri səlisləşdirməkdən ibarətdir. O yerdə ki, klassik riyaziyyatın gücü tükənir və o yalnız prosesləri yuvarlaqlaşdıraraq öyrənə bilir, fəzvi riyaziyyat daha dəqiq modellər qurmağa imkan yaradır. Beləliklə, əslində L.Zadə nəzəriyyələri heç də riyaziyyat elminin əsas prinsipi olan dəqiqliyin əleyhinə getmir, əksinə dəqiqliyə yeni məna verərək aydın olmayan, dumanlı proseslərə dəqiqlik gətirir və riyaziyyatın qüdrətini daha da artıraraq onun imkanlarını bir qədər də genişləndirir. Yuxarıdakı müəlliflərin fikirlərinin əksinə olaraq burada mühakimələr qeyri-səlisləşmədi, əksinə qeyri-səlis düşüncələr, proseslər səlisləşdi. Yəni, başqa sözlə desək bu nəzəriyyələrin əsas məqsədlərindən biri, insan təfəkkürü üçün qeyri-səlis, anlaşılma-

¹ Kosko B., *Fuzzy thinking. The new science of fuzzy logic*. New York, 1993. s. 3

yan, qeyri-müəyyən olan çoxluqları, prosesləri və hadisələri səlisləşdirmək və onlara aydınlıq gətirməkdir.

Məşhur fizik Albert Eynşteynin fikrincə: “Riyaziyyatın qanunları nə qədər həqiqi dünyaya yaxınlaşır, onlar bir o qədər qeyri-müəyyən olur və əksinə, onlar nə qədər müəyyən olursa bir o qədər həqiqi dünyanı əks etdirmirlər”.¹ Göründüyü kimi L.Zadə riyaziyyatı abstrakt xarakter daşıyan və simvollar üzərində qurulmuş süni dünyanın ətrafımızdakı real aləmi daha yaxşı əks etdirməsinə xidmət edir. Bu riyaziyyatın əsas gücü onun daha adekvat olmasındadır. Amerikalı alim Bart Koskonun təbirincə² “Riyazi dünya onun təsvir etdiyi həqiqi dünyaya uyğun deyildir. Bu iki dünya bir-birindən fərqlənir. Biri süni, o biri isə əsil dünyadır, biri nizamlı, o biri isə nizamsızdır”. L.Zadə nəzəriyyələri bizə nizamsız real dünyanı daha adekvat şəkildə modelləşdirib tədqiq etməyə, nizamlamağa və cəmiyyətin xeyri üçün daha yaxşı idarə etməyə şərait yaradır. Digər tərəfdən, L.Zadə nəzəriyyələrinin tətbiqi subyektiv düşüncə tərzində baş verən əməliyyatları riyazi dilə çevirməyə imkan verir. Bu isə öz növbəsində insan fikirlərini obyektivləşdirməyə, kompüterdə qurulmuş modelləri praktikada tətbiq etməyə və insan düşüncələrindəki səbəb və nəticə əlaqələrinin araşdırılmasına zəmin yaradır.

Z ədədlər

Lütfi Zadə ömrünün sonuna yaxın elmə yeni və mükəmməl bir anlayış da daxil etmişdir. Bu anlayış insan fikirlərinin yeni bir modeli olan **Z** ədədləridir. Məlum olduğu kimi, insan hər hansı bir fikri söyləyərkən onun həm doğruluq, həm də inam dərəcəsini intuitivcəsinə müəyyənləşdirməyə çalışır. Fikrin inam dərəcəsi onun doğru olmasının ehtimalıdır. Məsələn, əgər Ramizin yaxşı oğlan olmasını kimsə təsdiqləyirsə, onda burada iki cür qeyri-müəyyənlik meydana gəlir. Birincisi Ramiz nə dərəcədə yaxşıdır, ikincisi isə bu fikri söyləyən adam buna nə dərəcədə əmindir. Əslində $[0,1]$ parçasında verilən ehtimalın özü də qeyri-səlis ədəddir. Beləliklə, insanın hər bir fikrinin iki istiqamətdə qeyri-müəyyənlik ölçüsü vardır. Bunlardan biri fikrin doğruluq dərəcəsi, digəri isə əminlik dərəcəsidir. Bu dərəcələrin hər ikisini qeyri-sə-

¹ Kosko B., *Fuzzy thinking*. ...p. 3.

² Ibid, p. 8.

lis ədədlərlə təsvir etmək mümkündür. Z-ədədi bu iki qeyri-səlis ədəddən ibarət olan bir vektordur.

Əsas fəlsəfi mahiyyət

Lütfi Zadənin Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin fəlsəfəsi çox genişdir . Bu nəzəriyyənin daha dərin mənalarnı açıqlamaq üçün ilk növbədə elmə məlum olan hərəkət formalarının riyaziyyatla əlaqəsini izləmək lazımdır. Məlumdur ki, məşhur alman filosofu F.Engels hərəkətin 5 formasının təsnifatını vermiş¹ və onları mürəkkəblik dərəcələrinə görə aşağıdakı ardıcılıqla yerləşdirmişdir: mexaniki, fiziki, kimyəvi, bioloji, sosial. Mexaniki hərəkət hərəkətin ən sadə, sosial hərəkət isə onun ən mürəkkəb formasıdır. İnsanın istifadəsində olan klassik riyaziyyat yalnız aşağı səviyyəli hərəkət formaları üçün (mexaniki, fiziki, kimyəvi) effektiv olub, daha mürəkkəb səviyyəli, yuxarı hərəkət formaları, o cümlədən, bioloji, psixi, təfəkkür, insan, cəmiyyət üçün öz gücünü itirir. L.Zadənin Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin sistemli təhlili göstərir ki, hərəkətin yüksək formalarının öyrənilməsində bu nəzəriyyə daha rəsonal olub, adekvat nəticələr verə bilər.

L.Zadə xüsusilə qeyd edir ki,² “humanistik” sistemləri (insan iştirak edən) analiz etmək üçün tətbiq edilən metodların əksəriyyəti mexaniki sistemlərə tətbiq edilən metodların bu və ya digər formada təkmilləşməsindən alınmışdır. Bu səbəbdən də onların səmərəsi yüksək deyildir. Belə mürəkkəb sistemlərə yeni baxış, yeni yanaşma tərzi lazımdır ki, onun da əsasında Qeyri-səlis çoxluqla nəzəriyyəsi dura bilər. Bu müddəanı əsas götürən müəllif addım-addım öz yeni nəzəriyyəsinə yaratmış və elm aləmində çox möhtəşəm bir istiqamətin təməlini qoymuşdur.

Uyuşmazlıq prinsipi

L. Zadə yanaşmasının ən qiymətli kəşflərindən biri də uyuşmazlıq prinsipidir. Bu prinsipin mahiyyəti ondan ibarətdir ki, sistemin mürəkkəblik səviyyəsi artdıqca onun özünü necə aparması və hansı qərarlar qəbul etməsi haqqında fikir söyləmək

¹ Engels F., *Təbiətin dialektikası*. Bakı, “Azərneşr” 1968, 360 s. s. 51-67

² Zadeh L.A., *Outline of a New Approach to the Analysis of Complex System and Decision Processes –IEEE Trans, syst, Man, Cybern, vol SMC-3, 1973, Jan, p. 28-44 s. 28*

bir o qədər çətin olur.¹ Çətinlik dərəcəsi müəyyən həddi keçən sistemlər üçün isə dəqiqlik və praktik səmərənin mənası bir-birini təkzib edən xassələrə çevrilir. Beləliklə, dəqiqlik praktiki mənasını itirir. Məsələn, iki şəhər arasında təyyarə əlaqəsi yaradan zaman şəhərlər arasındakı məsafənin millimetr, santimetr dəqiqliyi ilə verilməsinin heç bir mənası olmur. Ümumiyyətlə, dəqiqlik sistemə görə nisbidir. Hər bir mürəkkəb sistem üçün müəyyən sərhəddən sonra dəqiqliyin mənası itir.

Təfəkkür modeli

Lütfi Zadənin Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi haqqında araşdırmalarımızı yekunlaşdırarkən daha bir məsələyə, insanın düşüncə modelinə də toxunmaq istərdik. Cavablandırmaq istədiyimiz məsələnin mahiyyəti ondan ibarətdir ki, Aristotel məntiqi ilə Zadə məntiqi arasında paralellər aparın bir sıra tədqiqatçılar binar məntiqini zəif, ziyanlı, qeyri-səlis məntiqi isə güclü, rəşional olması iddiasındadırlar. Aristotel məntiqi elm tarixində ilk yaradılmış məntiq modeli olaraq, insan təfəkkürünü heç də kifayət qədər dəqiq təsvir edə bilmir. L.Zadə məntiqi isə digər məntiq modellərindən (Lukaseviç məntiqi, Post məntiqi və s.) insan təfəkkürünü və düşüncə proseslərini daha adekvat əks etdirməsi ilə fərqlənir. Bununla əlaqədar olaraq bəzi müəlliflər qeyri-səlis məntiqin Aristotel məntiqini büsbütün dağıtması qənaətinədəirlər. Fikrimizcə bu fikir kökündən səhvdir. Əslində L.Zadə məntiqi Aristotel məntiqini ləğv etmir, uyğunluq prinsipinə söykənməklə, sadəcə onu özünün xüsusi halına çevirir.

Ümumiyyətlə götürsək, Aristotel məntiqinə L.Zadə məntiqinin xüsusi halı kimi baxmaq olar. Hər iki məntiq həqiqəti əks etdirir, fərq isə ondadır ki, Aristotel məntiqi düşüncə prosesləri üçün nisbətən kobud və sadə model olduğu halda, L. Zadə məntiqi daha zəngin, dəqiq, adekvat və inandırıcı modeldir. Bu modeldə fikrin xaotikliyi ilə nizamlılığı arasındakı kəskin fərq aradan qaldırılaraq, xaotik düşüncələrin nizamlı fikrə daha çox yaxınlaşması təmin edilir

İnsan ilk yaranışdan ona genetik əsaslar üzrə verilmiş və zaman-zaman təkmilləşərək inkişaf etmiş təfəkkür sisteminə malikdir. Məhz düşünən, fəaliyyət göstərən, qərarlar verən, nəzərdə tutulan məqsədə çatmağı üçün durmadan mübarizə apa-

¹ Zadeh L. A., *Outline of a New Approach...*, p. 29

ran təfəkkür sistemidir. İnsanın bütün yaradıcı fəaliyyəti, qazandığı uğurları, həll etdiyi problemləri məhz bu sistem üzərində qurulur. Təfəkkür düşünən ruhdur, mənəvi prosesdir, gerçəkliyin insan beynində az-çox adekvat inikasıdır. Məntiq isə təfəkkürü öyrənən, onun qanunauyğunluqlarını açıqlayan, ona yanaşma üsulunu seçən fundamental elmdir. İnsanlar tarixi inkişafın müxtəlif dövrlərində təfəkkürə müxtəlif üsullarla yanaşmış və üsulun rasionallıq dərəcəsiindən asılı olaraq onun obyektiv qanunauyğunluqlarını müxtəlif səviyyədə öyrənmişlər.

Bu sahədə ilk addımı atan və təfəkkür haqqında elmin ilk konturlarını müəyyənələşdirən qədim yunan filosofu Aristotel olmuşdur. Tarix boyu alimlər bu nəzəriyyəni öyrənərək onu təkmillələşdirmişlər. Və nəhayət Lütfi Zadə təfəkkürün öyrənilməsinə yeni prizmadan yanaşaraq onun haqqında daha mükəmməl nəzəriyyə yaratmışdır.

Deməli Aristotelin binar məntiqi ilə Zadənin Qeyri-səlis məntiqi arasında hər iki nəzəriyyənin intellektual məziyyətlərini qoruyub saxlayan varislik əlaqəsi vardır. Onların hər ikisinin məqsədi insan məntiqinin təxmini modelini yaradıb, onun işləmə prinsipini izah etməkdir. Şübhəsiz, hazırda mövcud olan təfəkkür modellərindən ən yaxşısı Lütfi Zadənin Qeyri-səlis məntiq modelidir. Bununla belə, bəşəriyyətin intellektual inkişafında Aristotel məntiqinin rolunu nə azaltmaq, nə də inkar etmək olmaz. Aristotel məntiqinin elmin tarixi inkişafına təsiri çox böyük olmuşdur. Hələ də elmi ədəbiyyatların əksəriyyəti məhz bu məntiq üzərində qurulur. Bu o deməkdir ki, yaşadığımız günlərdə hər iki məntiq bəşəriyyətin intellektual inkişafına xidmət edir: elə məsələlər vardır ki, onların həllində Aristotel məntiqi, elə məsələlər də vardır ki, onların həllində fəzzi məntiq daha keyfiyyətli nəticələr verir.

Fikrin sözlərlə approksimasiyası

Hər bir insan bütün ömrü boyu qazandığı təcrübə əsasında sonlu sayda səlis və qeyri-səlis anlayışlar sisteminə malik olur. O, bu anlayışlarla dünyanı dərk etməyə çalışır, hadisələrdə səbəb və nəticə əlaqələrini araşdırır. Başqa sözlə desək, hər bir hadisəni insan öz yaddaşında olan baza anlayışlarına ayıraraq onu dərk edib, başa düşməyə çalışır. Lakin, məlum olduğu kimi, dünyada baş verən hadisələrin sayı və gücü ən azı kontinuumla bərabərdir. Beləliklə, sonlu sayda olan anlayışlar sistemi kontinuum gücündə olan hadisələri izah etməli olur. Buradan görünür ki, belə izah

etmə tam, bölünməyən, dərəcəsiz götürülmüş anlayışlar sistemi üçün qətiyyənlə mümkün ola bilməz. Aydın olur ki, insan düşünərkən müxtəlif hadisələri analiz etmək üçün hər bir baza anlayışından müəyyən dərəcədə istifadə edir. Bu isə o deməkdir ki, burada artıq L.Zadə məntiqi işə düşür və dərk etmə prosesi baş verir. Digər tərəfdən, insan fikri söz və anlayışların köməyi ilə approksimasiya edilir. Approksimasiyanın keyfiyyəti həm insanın biliyindən, həm onun söz ehtiyatından, həm də dilin zənginliyindən asılı olur. Məsələn, adətən şair və yazıçılar öz fikir və düşüncələrini sözlərlə daha yaxşı ifadə etməyi bacarırlar. Onlarda bu sahədə təcrübə olduğundan approksimasiya prosesi daha uğurlu alınır. Söz və anlayışların əhatə dairəsini və mənalərini isə qeyri-səlis çoxluqlar əmələ gətirir. Beləliklə, düşüncə prosesində insan öz fikrini demək üçün əslində onu qeyri-səlis çoxluqların köməyi ilə approksimasiya edir.

Beləliklə, deyə bilərik ki, Lütfi Zadə nəzəriyyələrinin əsas fəlsəfi mahiyyəti onların insan təfəkkürünü daha dürüst əks etdirməsindən və reallığa daha çox adekvat olmasından ibarətdir. Lütfi Zadə öz bacarığı, fəhmi, dərrakəsi ilə insan təfəkkürünün işləmə prinsiplərini və orada fəaliyyət göstərən obyektiv qanunauyğunluqları yaxşı başa düşdüyündən onların riyazi modellərini müvafiq simvollarla nisbətən daha adekvat şəkildə əks etdirə bilmişdir.¹

Ədəbiyyat

1. Engels. F., *Təbiətin dialektikası*. Bakı, "Azərneşr" 1968, 360 s.
2. Kosko.B., *Fuzzy thinking*. The new science of fuzzy logic. New York, 1993.
3. Zadeh.L.A., *Fuzzy sets*. Information and control, 1965, vol 8, №3, pp. 338-353.
4. Zadeh L.A., *Outline of a New Approach to the Analysis of Complex System and Decision Processes –IEEE Trans, syst, Man. Cybern*, vol SMC-3, 1973, Jan, p. 28-44
5. Алтунин А.Е., Семухин.М.В, *Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях*. Издательство Тюменского государственного университета, 2002.
6. Вopenка П., *Математика в альтернативной теории множеств*. Москва, «Мир», 1983.

¹ *Məqalə redaksiyaya daxil olmuşdur: 11. 01. 2019.*

Təkrar işləməyə göndərilmişdir: 14. 01. 2019

Çapa qəbul edilmişdir: 01. 03. 2019

7. Заде Л., *Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений.* Москва, «Мир», 1976.
8. Френкель А., Бар-Хиллел.Н., *Основание теории множеств.* Москва, «Мир», 1969.
9. Хаусдорф Ф., *Теория множеств.* Москва, 2014.

Prof. Dr. Aziz Mammadov
Dr. Fuad Gurbanov

Logical and Gnoseology Analysis of Fuzzy Set Theory of Lotfi Zadeh
(abstract)

The article is devoted to revealing of essence of the fuzzy sets theory, which occupies a significant place among the works of Lotfi Zadeh and was proposed as a generalization and extension of the set theory of the German mathematician G. Kantor. The analysis of influence of his new results upon the development of the modern mathematical thought is represented here. Certain disputed issues existing in this sphere have been cleared up. The philosophical essence of some of the main notions of Lotfi Zadeh's theory has been investigated. Their main peculiarities and advantages in comparison with other theories as well as the significance of these theories for the further study and simulation of the human way of thinking have been revealed in the article. The fuzzy logics and Aristotle logics along with probability and possibility have been comparably analyzed, and their main distinction features have been shown. The main philosophical essence of fuzzy logics theory has been associated with the forms of motion of substance identified by the German philosopher F. Engels. Such highly developed forms of the substance motion as human thinking and social processes have been shown to be simulated with the fuzzy sets in a most adequate way. The synergetic processes within the complex systems are said to be more effectively studied with the fuzzy mathematics methods.

The second- rate fuzzy sets are one of the main discoveries of Lotfi Zadeh. It was shown their advantage and great capability in simulating the human thinking. One of the outstanding achievements of Lotfi Zadeh is an introduction of such notions as the inconsistency principle and Z number into the scientific practice.

Keywords: Set, logic, fuzzy, Universe, fuzzy set adjective, thinking, an approximation.

Др. Азиз Маммадов
Др. Фуад Гурбанов

Логико-гносеологический анализ теории
нечетких множеств Лютфи Заде
(резюме)

Статья посвящена раскрытию сущности теории нечетких множеств, которая занимает значительное место в творчестве Лютфи Заде и пред-

ставлена как обобщение и расширение теории множеств немецкого математика Г.Кантора. В статье анализируется влияние новых результатов этой теории на развитие современного математического мышления. Приводятся пояснения по некоторым существующим спорным взглядам в этом направлении. Исследована философская сущность некоторых основных понятий научных теорий Лютфи Заде. Показаны их отличия и преимущества по сравнению с другими теориями, а также значение этих теорий для дальнейшего изучения и моделирования человеческого мышления. В работе дан сравнительный анализ между нечеткой логикой и логикой Аристотеля, между вероятностью и возможностью, а также показаны их отличия друг от друга. Основная философская сущность нечеткой логики связывается с формами движения материи, которые были сформулированы немецким философом Ф. Энгельсом. Показано, что такие высокие формы движения материи, как человеческое мышление и социальные процессы, могут быть более адекватно смоделированы с помощью нечетких множеств. В работе утверждается, что синергетические процессы, происходящие в сложных системах, более эффективно могут быть изучены с помощью нечеткой математики. Нечеткие множества второго сорта являются одним из основных открытий Лютфи Заде. В работе показано их преимущество и большие возможности при моделировании человеческого мышления. Одним из выдающихся достижений Лютфи Заде является введение в науку таких понятий, как принцип несовместимости и Z числа. В разговорном процессе происходит аппроксимация нечетких человеческих мыслей словами из разговорной лексики. На самом деле, нечеткие множества являются непосредственными участниками человеческой речи и мышления. Это направление хорошо исследовано американским ученым Бартом Коско, оно открывает большие перспективы для применения нечеткой логики.

Ключевые слова: множество, логика, нечеткий, универсум, функция принадлежности, мышление, аппроксимация

*Məqalə redaksiya daxil olmuşdur: 11. 01. 2019.
Təkrar işləməyə göndərilmişdir: 14. 01. 2019
Çapa qəbul edilmişdir: 01. 03. 2019*